

Zadanie 3.1. Egzamin maj 2006 r. Arkusz I, zadanie 1. SUMA SILNI

Pojęcie silni dla liczb naturalnych większych od zera definiuje się następująco:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n=1 \\ (n-1)! \cdot n & \text{dla } n>1 \end{cases}$$

Rozpatrzmy funkcję $ss(n)$ zdefiniowaną następująco:

$$ss(n) = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n! \quad (*)$$

gdzie n jest liczbą naturalną większą od zera.

- a) Podaj, ile mnożeń trzeba wykonać, aby obliczyć wartość funkcji $ss(n)$, korzystając **wprost z podanych wzorów, tzn. obliczając każdą silnię we wzorze (*) oddzielnie.**

Uzupełnij poniższą tabelę.

<i>Wartość funkcji</i>	<i>Liczba mnożeń</i>
$ss(3)$	
$ss(4)$	
$ss(n)$	

- b) Zauważmy, że we wzorze na $ss(n)$, czynnik 2 występuje w $n-1$ silniach, czynnik 3 w $n-2$ silniach, ..., czynnik n w 1 silni. Korzystając z tej obserwacji przekształć wzór funkcji $ss(n)$ tak, aby można było policzyć wartość $ss(n)$, wykonując dokładnie $n-2$ mnożenia dla każdego $n \geq 2$. Uzupełnij poniższą tabelę (w ostatnim wierszu wypełnij tylko pusty prostokąt).

<i>Wartość funkcji</i>	<i>Przekształcony wzór</i>	<i>Liczba mnożeń</i>
$ss(1)$	1	0
$ss(2)$	$1 + 2$	0
$ss(3)$	$1 + 2 * (1 + 3)$	1
$ss(4)$	$1 + 2*(1 + 3 * (1 + 4))$	2
$ss(5)$		
$ss(n)$	$1 + 2 * (1 + 3 * (1 + \dots (n-2) * (\text{ }) \dots))$	$n-2$

Zapisz w wybranej przez siebie notacji (lista kroków, schemat blokowy lub język programowania) algorytm obliczania wartości funkcji $ss(n)$ zgodnie ze wzorem zapisanym przez Ciebie w tabeli. Podaj specyfikację dla tego algorytmu.